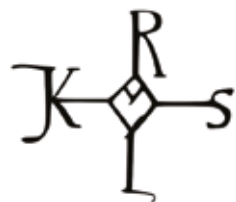


INDOVINELLI RICREATIVI ALLA CORTE DI CARLO MAGNO

Carlo Magno (742-814) è universalmente noto per essere stato re dei Franchi, *rex longobardorum* e il primo imperatore del Sacro Romano Impero. Egli, proseguendo la riforma monetaria iniziata dal padre, abolì l'antico sistema monetario romano basato sul solido d'oro e, tra il 781 e il 794, ne introdusse uno nuovo basato sulla libbra (unità di peso) di puro argento suddivisa in venti parti chiamate soldi, ogni soldo era costituito da 12 denari. La libbra e il soldo erano unità di conto, non esistevano materialmente, solo il denaro, unica moneta reale e legale, veniva coniato in varie zecche dell'impero, tra cui Milano, Treviso, Pavia, Lucca, Parma. Ogni zecca doveva consegnare 240 tondelli per ogni libbra d'argento ricevuta.



Il denaro carolingio circolò per molto tempo e fu alla base di tutti i sistemi monetari europei. Col tempo la libbra nella parlata comune divenne lira, pound in inglese, livre in francese, pfund in tedesco. Nelle transizioni di una certa importanza invece di dire, per esempio, 2.050 denari si preferiva dire, più semplicemente, 8 lire 10 soldi e 10 denari, anche se nella riforma carolingia non era prevista la coniazione di multipli del denaro. In Gran Bretagna questo sistema

monetario, dove 1 pound valeva 20 shilling o 240 penny (pence al plurale), è stato utilizzato fino al 1971 quando venne adottato, per uniformarsi all'Europa, il sistema decimale.

Carlo Magno fu anche promotore di un deciso rinnovamento dell'istruzione. Nel 781 invitò a stabilirsi a corte, come maestro della scuola di palazzo, il filosofo e teologo inglese Alcuino di York (732-804); la *Schola Palatina* sotto la sua guida divenne ciò che Carlo aveva sperato, il centro della conoscenza e della cultura per il regno e l'intera Europa. Successivamente Alcuino fu incaricato di organizzare l'istruzione in tutto il regno. Egli fu uno dei principali artefici del rinascimento carolingio, la chiesa d'Inghilterra lo venera come santo. Nella veste di educatore scrisse numerosi testi didattici legati al suo insegnamento, tra quelli che ci sono pervenuti, *Propositiones ad acuendos juvenes* (Problemi per rendere acuta la mente dei giovani) è l'unica opera ad avere carattere matematico. Il testo, scritto verso l'800, è il più antico trattato matematico medievale oggi noto. La raccolta in lingua latina contiene 53 problemi numerati che appartengono alla cosiddetta matematica dilettevole o ricreativa, dopo ogni enunciato è fornita la risposta. Tra essi alcuni hanno a che fare con il denaro.



di Gianni Graziosi
graziosi.gianni55@libero.it



Sopra: Albrecht Dürer, *Ritratto immaginario dell'imperatore Carlo Magno*, 1511-13 ca., olio su tavola, Nuremberg, Germanisches Nationalmuseum. A sinistra: il monogramma di Carlo Magno usato sulle monete e la corona ferrea che cinse il capo di Carlo Magno, nel 776, nel duomo di Monza. In alto: Jean-Victor Schnetz, *Carlo Magno riceve Alcuino di York*, 1830, Parigi, Musée du Louvre.



Il problema 5¹ appartiene alla tipologia detta dei cento uccelli perché negli enunciati più antichi, apparsi nel V secolo, in Cina, si proponeva l'acquisto di tali animali. Alcuino invece avanza l'ipotesi di acquistare 100 maiali, fra verri, scrofe e porcelli, spendendo in tutto 100 denari.

Dice un compratore: voglio di cento denari 100 porci comprare. Poiché un verro costerà 10 denari, la scrofa 5 denari, due porcelli un denaro. Dica chi comprende quanti verri, scrofe e quanti porcelli devono essere affinché il numero non si superi né diminuisca.

SOLUZIONE – Fa 9 scrofe e un verro in 55 denari, e 80 porcelli in 40. Ecco 90 porci. Nei cinque denari residui fa 10 porcelli e avrai in tutto il numero 100.

Matematicamente il problema, con tre variabili e due equazioni indipendenti, è indeterminato. Solo eliminando una variabile è possibile, per tentativi, determinare le soluzioni intere positive. In questo caso esiste una sola soluzione, quella indicata da Arduino, in altri quesiti possono essere più di una.

I denari conati da Carlo Magno, in un primo periodo compreso tra il 768 e il 793, pesavano circa 1,3 grammi. A partire dalla fine del 793 il peso venne aumentato e portato a 1,7 grammi a lega d'argento di circa 950 millesimi. I denari carolingi battuti in Italia dopo l'annessione del Regno Longobardo (774), in genere, possono essere suddivisi in due tipologie di emissione. La prima può essere riferita al periodo che arriva fino al 794 circa: i denari sono costituiti da iscrizioni con il nome del sovrano su un lato e, sull'altro lato, nella maggior parte delle coniazioni, le lettere R F (*rex francorum*) associate, a volte, al monogramma della città emittente. Costituiscono eccezioni Treviso dove, al dritto, si trova il monogramma del nome Carlo, mentre Milano e Pavia produssero esemplari con, al rovescio, il nome della città su due righe; inoltre Lucca di cui è conosciuta una tipologia nella quale il nome della città è suddiviso in quattro parti da una croce elaborata posta su di uno sfondo puntinato. La seconda tipologia che arriva fino all'814, è caratterizzata da denari il cui peso medio è pari a 1,7 g., sul dritto è raffigurata una croce circondata dalla legenda CARLVS REX FR, mentre sull'altro lato si trova il monogramma del nome Carlo circondato dal nome della città emittente.

Un altro esempio dello steso tipo è il problema 38, in questo caso gli animali da acquistare sono cavalli, buoi e pecore per 100 soldi, ossia 1.200 denari.

Un uomo volle comperare 100 animali di varie specie con 100 soldi, in modo che venisse acquistato un cavallo per tre soldi, un bue per 1 soldo e 24 pecore per 1 soldo. Dica, chi è capace, quanti furono i cavalli, quanti buoi e quante pecore.

SOLUZIONE – Moltiplica ventitré per tre fa 69. E ventiquattro per due fa 48. Somma quindi 23 cavalli e 69 soldi, 48 pecore e 2 soldi, 29 buoi per 29 soldi. Aggiungi quindi 23 e 48 e 29, fanno 100 animali. E poi somma 69 e 2 e 29 fanno 100 soldi. Sono quindi messi insieme contemporaneamente 100 animali e 100 soldi.

L'enunciato 39 ha un interessante riscontro nella realtà dell'epoca e attesta l'attività di scambi commerciali con l'Africa. In alcuni testi si menziona che numerosi cammelli erano impiegati in Francia come animali da trasporto anche dall'esercito. La *Vita sancti Eligii* narra di un cammello che accompagnava il vescovo in viaggio².

In oriente un uomo volle comperare con 100 soldi 100 animali di varie specie, Ordinò al suo servo di comprare un cammello per 5 soldi, un asino per un soldo e 20 pecore per un soldo. Dica, chi vuole, quanti cammelli, quanti asini e quante pecore ci furono in quell'affare di 100 soldi.

SOLUZIONE – Moltiplica 19 per cinque, fa 95, cioè per 95 soldi vengono comprati 19 cammelli. Aggiungi ad essi uno, cioè un asino per un soldo, fa 96. Poi fai quattro per venti fa 80, cioè 80 pecore per quattro soldi. Somma 19 e 1 e 80 fanno 100. Quindi sono 100 animali. Poi somma 95 e 1 e 4 fanno 100 soldi. Quindi sommati insieme fanno 100 animali e 100 soldi.

¹ I problemi 5, 6, 35, 38, 39 sono tratti da Alcuino di York, *Propositiones ad acuendos juvenes – Problemi per rendere acuta la mente dei giovani*, a cura di Raffaella Franci, Edizioni ETS, Pisa 2016.

² Henri Pirenne, *Maometto e Carlo magno*, Laterza, Milano 2000, p. 81.

³ Misura di capacità, soprattutto per

Analizzando questi problemi si può dedurre che il potere d'acquisto del denaro a quei tempi era elevato, ad esempio per mezza lira (120 denari) si potevano acquistare tre cavalli e un bue, oppure 240 pecore, con una lira quattro cammelli o 20 asini. In Francia, nel IX secolo, con 4 denari si acquistava un montone e con un denaro si dava da mangiare a tre poveri per un giorno. In Italia settentrionale, al tempo di Carlo Magno, con meno di mezza lira si potevano comperare, in periodi di carestia, 18 moggi³ di miglio; con una lira si comprava una schiava; con 8 lire, pari a 1.920 denari, si potevano acquistare cinque possessioni con relative case e boschi annessi⁴.

Nel testo di Alcuino si incontra anche un problema apparentemente paradossale dove si propone di acquistare e vendere una stessa quantità di merce, allo stesso prezzo, pur ottenendo un guadagno. Il quesito 6 delle *Propositiones* è il primo di questo genere noto oggi e riguarda un commercio di maiali.

C'erano due commercianti che avevano in comune 100 soldi coi quali acquistarono 100 porci. Essi acquistarono 5 porci per ogni due soldi volendo ingrassarli e venderli di nuovo con un guadagno, Poiché si accorsero che non era il momento giusto per ingrassare i porci e loro stessi non erano in grado, causa l'inverno, di alimentarli, provarono a vedere se vendendoli avrebbero potuto realizzare un guadagno, ma non era possibile, perché non riuscivano a venderli a più di quello che era stato il prezzo di acquisto, cioè 5 porci prendevano due soldi. Quando si accorsero di ciò si dissero "dividiamoli". Dividendoli e poi vendendoli, così come li avevano comprati, guadagnarono. Dica, chi è capace, quanti porci c'erano in principio, e li divida e li venda in modo che si guadagni, perché venduti insieme non si guadagna.

SOLUZIONE – All'inizio c'erano 250 porci che furono comprati, come detto sopra, con 100 soldi, 5 porci per ogni due soldi: poiché se moltiplicherai cinque volte 50 conterai 250. Divisili ne presero 125 ciascuno. Uno vendette i peggiori a tre per un soldo, l'altro i migliori a due per un soldo. Così accadde che quello che vendette i peggiori ebbe 40 soldi per 120 porci e quello dei migliori ottenne 60 soldi, perché i peggiori furono venduti 30 per 10 soldi e i migliori 20 per 10 soldi. E rimasero entrambi con 5 porci con i quali poterono fare un guadagno di 4 soldi e 2 denari.

I commercianti in un primo momento vendono 240 maiali ricavando 40 soldi (i peggiori 3 per un soldo) e 60 soldi (i migliori 2 per un soldo), in questo modo recuperano la somma iniziale pur rimanendo 10 maiali. I 5 di qualità inferiore vengono venduti per 1 soldo e 8 denari (2/3 soldo) mentre i 5 di qualità superiore fruttano 2 soldi e 6 denari (1/2 soldo). In totale il guadagno è pari a 4 soldi e 2 denari. Il paradosso deriva dal fatto che si ritiene, erroneamente, che vendere 3 porci di cattiva qualità per un soldo e 2 porci di buona qualità per un soldo sia come vendere in media 5 porci per 2 soldi. La soluzione ci mostra il modo, per noi inusuale, di aggiungere monete: 2 soldi e 6 denari sommati a 1 soldo e 8 denari danno 3 soldi e 14 denari, ma visto che 12 denari corrispondono a un soldo, equivale a 4 soldi e 2 denari.

Altre indicazioni del valore del denaro al tempo di Carlo Magno si possono trovare nell'organizzazione dell'esercito. Il sovrano aveva infatti stabilito che ogni uomo libero aveva il dovere di servirlo in armi. Chiunque possedeva quattro mansi

Denari conati da Carlo Magno in zecche diverse: nella pagina accanto, dall'alto, zecca incerta della Francia (1,06 g, ex asta ArtCoins 12); Parma (1,13 g, da «Bollettino di Numismatica on-line»); Treviso (1,22 g, ex asta Triton XXI); Treviso (1,62 g, ex asta Varesi-Aurora 10); Treviso (1,27 g, ex asta CNG 61); Milano (1,08 g, ex asta Varesi 68); Milano (1,32 g, ex asta Bertolami 24); Milano (1,68 g, ex asta Varesi 61).

In questa pagina: Pavia (1,71 g; ex asta Sincona 43); Pavia (ex asta Artemide XXIX); Pavia (1,765 g; ex asta Varesi 68); tre denari di Lucca (rispettivamente di 1,22 g, 1,46 g, 1,70 g, da L. Bellesia, *Lucca. Storia e Monete*); Bourges (1,60 g, ex asta ArtCoins Roma 9); Agino (1,73 g, ex asta CNG 94).



granaglie, i valori variavano da città a città, a Milano un moggio corrispondeva a 225 litri, circa 1,5 quintali.

³ Carlo M. Cipolla, *Le avventure della lira*, Il Mulino, Bologna 2001 [ed. or. 1975], p. 27.

⁵ Giovanni Delle Donne, *Carlo Magno*



Denari di Carlo Magno, dalle zecche di Lione (1,19 g, ex asta Triton XXI) e di Namucum (1,00 g, ex asta Bertolami 24).

coltivati doveva provvedere al suo equipaggiamento e unirsi all'esercito, nel luogo stabilito dal re, sotto la guida del suo signore, conte, abate o vescovo. Quelli che possedevano 1, 2 o 3 mansi dovevano raggrupparsi in modo che ogni 4 mansi fosse disponibile un uomo per l'esercito. Chi non si presentava subiva un'ammenda di 60 soldi⁵, un'enormità, a meno che non potesse dimostrare di essere ammalato. Ciascun guerriero doveva provvedere personalmente al proprio armamento. La cavalleria pesante era il punto di forza dell'esercito di Carlo, le dotazioni in uso erano molto costose e, per questo, unicamente i benestanti diventavano cavalieri. Solo chi poteva permettersi l'acquisto, il mantenimento e l'equipaggiamento del cavallo poteva entrare in cavalleria. Qualche esempio. Un destriero da combattimento poteva costare 40 soldi allora equivalenti a circa 20 mucche⁶; l'elmo conico e i proteggi gambe sei soldi; la cotta di cuoio ricoperta di placche di ferro dodici soldi; la lancia di frassino, dalla punta metallica affilata, lunga circa due metri almeno due soldi; la spada a lama a doppio taglio, lunga circa un metro, presentava una scanalatura centrale che la alleggeriva e rafforzava allo stesso tempo, sette soldi; il cavaliere doveva inoltre occuparsi dell'equipaggiamento dei suoi scudieri e al vettovagliamento per tre mesi di campagna

Il problema 35 riguarda invece la suddivisione dell'eredità lasciata alla morte di un capofamiglia.

Un padre di famiglia morendo lasciò dei figli piccoli, 960 soldi in eredità e una moglie incinta. Ordinò che se fosse nato un maschio avrebbe ricevuto i tre quarti del totale, cioè 9 dodicesimi, e la madre avrebbe ricevuto un quarto, cioè 3 dodicesimi. Se poi fosse nata una figlia avrebbe ricevuto sette dodicesimi e la madre stessa 5 dodicesimi. Accadde poi che essa partorì due gemelli, cioè un maschio e una femmina. Spieghi, chi è in grado, quanto ricevette la madre, quanto il figlio, quanto la figlia.

SOLUZIONE – Somma dunque 9 e 3 fa 12. Infatti 12 once fanno una lira. Aggiungì similmente 7 e 5 fa di nuovo 12. Pertanto due volte 12 fanno 24. 24 once sono due lire, cioè 40 soldi. Dividi poi 960 soldi per 24: la ventiquattresima parte di essi fa 40. Successivamente perché faccia i tre quarti, prendine nove parti. Pertanto nove parti di 40 ricevette il figlio, cioè 360 soldi. E poiché la madre ricevette la terza parte rispetto al figlio e la quinta rispetto alla figlia, 3 e 5 fanno 8. Pertanto prendi le otto parti di 40. Quindi otto parti di 40 ricevette la madre, cioè 320 soldi. Poi prendi sette parti di 40, fanno 280 soldi. Questo ricevette la figlia. Aggiungo quindi 360 e 320 e 280 fanno 960 soldi, cioè 48 lire.

Alcuino risolve il problema dividendo a metà l'eredità ripartendo ogni parte secondo le indicazioni del testamento. In questo modo, ripartendo la prima metà, al figlio spettano 360 soldi (i $9/12$ di 480) e 120 alla madre (i $3/12$), mentre con l'altra metà spettano 280 alla figlia (i $7/12$ di 480) e 200 alla madre (i $5/12$). Quindi alla madre toccano in totale 320 soldi o 16 lire. Con questa suddivisione però non si rispetta la volontà del padre di famiglia secondo il quale se alla madre tocca x al figlio deve spettare $3x$ e alla figlia $7/5x$ dell'eredità. Risolvendo l'equazione di primo grado si ottiene 177,8 soldi per la madre, 533,3 per il figlio e 248,9 per la figlia.

La riforma monetaria di Carlo Magno introdusse il *denarius novus* e fissò in tutta l'Europa carolingia il sistema monometallico basato sull'argento. Nel corso del IX secolo i denari regionali iniziarono a diversificarsi e cominciò una lenta diminuzione del contenuto di fino e del potere d'acquisto, fino ad arrivare al gran numero di zecche e di monete esistenti nell'Italia comunale. Tra la fine XII e l'inizio del XIII secolo alcune zecche (Pisa, Genova, Venezia, Milano e altre) iniziarono a battere monete "grosse" d'argento, multipli dei piccoli e ormai sviliti denari locali, dando vita a sistemi monetali più complessi che hanno caratterizzato la storia dell'Italia.

I giochi matematici, gli indovinelli, i paradossi sono sicuramente uno strumento utile per invogliare allo studio delle scienze in generale, della matematica in particolare, sono anche utili per sviluppare le capacità mentali, per allargare i propri orizzonti culturali; personalmente in alcune delle *Propositiones* di Alcuino ho trovato interessanti spunti per parlare... di monete.

e il Suo Tempo, Simoncelli, Milano 2001, p. 86.
⁶ Ibidem.